

107 學年度技術校院四年制與專科學校二年制統一入學測驗

數學 (B) 試題

題分析：

107 年數學 B 卷，試題中三角、指數、對數及微積分排組機份量較其他單元為重外，其他各單元都均勻分配，所以整體性而言，除 21、22 較難，其餘中間偏易，所以今年數學成績比去年應也不會差太多。

《各章節配分情形》

	97 年	98 年	99 年	100 年	101 年	102 年	103 年	104 年	105 年	106 年	107 年
三角函數	4	5	5	4	5	4	4	3	3	4	4
多項式與函數	1	1	2	1	2	2	2	3	2	2	1
不等式	2			1	1	1	3	2	1	1	2
平面上直線	4	5	4	5	3	3	1	1	2	2	1
平面上的圓	2	1	1	1	2		1	1			1
數列與級數	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1
指數與對數	3	2	3	1	2	2	2	1	3	2	2
方程式論	1	1		3	1	1	2	2	1	1	1
排列組合	4	2	3	2	2	2	1	2	2	2	3
機率	2	2	1	2	1	1	2	1	1	2	2
行列式		1	1		1	1	1	1	1	1	1
向量		1	2		2	1	2	2	2	1	1
統計		2	1	3	1	1		2	2	2	1
微積分						2	2	2	3	2	3
圓錐曲線						2	1	1	1	2	1

數學 B 參考公式

1. 首項為 a_1 ，公差為 d 的等差數列，第 n 項為 $a_n = a_1 + (n-1)d$ ，前 n 項之和為

$$S_n = \frac{n(2a_1 + (n-1)d)}{2}$$

2. 設有一組母體資料 x_1, x_2, \dots, x_N ，其算術平均數為 μ ，則母體標準差為 $\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N}}$

3. 若 α, β 為一元二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 的兩根，則 $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$ 、 $\alpha\beta = \frac{c}{a}$ ，其兩根為 $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

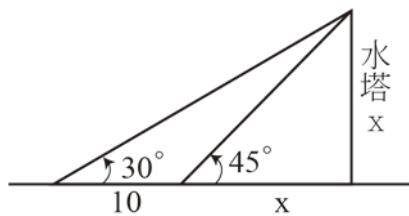
- B** 1. 若 $\sin\theta = \frac{33}{65}$ ，且 $\tan\theta = \frac{-33}{56}$ ，則 θ 為哪一象限角？ (A) 第一象限角 (B) 第二象限角 (C) 第三象限角 (D) 第四象限角。

【詳解】

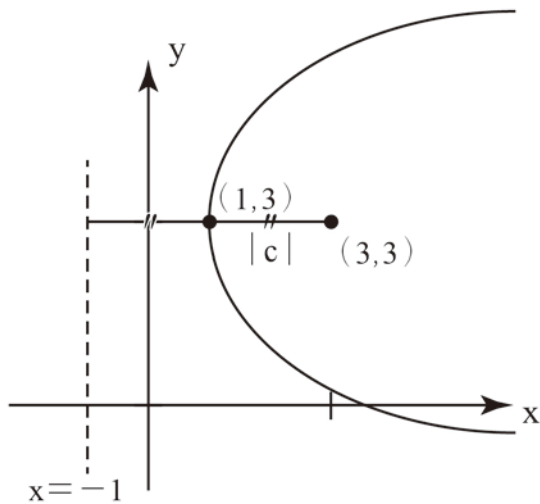
$$\begin{cases} \sin\theta > 0 \Rightarrow \theta \in \text{I}, \text{II} \\ \tan\theta < 0 \Rightarrow \theta \in \text{II}, \text{IV} \end{cases} \therefore \theta \in \text{II}$$

C	<p>2. 已知坐標平面上三個點 $A(1, 2)$、$B(2, 5)$、$C(0, -1)$，則向量 $2\vec{AB} + 3\vec{AC} - \vec{BC}$ = ? (A) $(-2, 5)$ (B) $(3, 0)$ (C) $(1, 3)$ (D) $(3, 15)$。</p> <p>【詳解】</p> $\vec{AB} = (1, 3) \quad \vec{AC} = (-1, -3) \quad \vec{BC} = (-2, -6)$ $2\vec{AB} + 3\vec{AC} - \vec{BC} = (2, 6) + (-3, -9) - (-2, -6) = (1, 3)$
A	<p>3. 在坐標平面上，若直線 L 的方程式為 $ax - y = 3$，其中 $a \neq 0$ 且經過點 $(1, 2)$，則直線 L 的斜率為何？ (A) 5 (B) 3 (C) -3 (D) -5。</p> <p>【詳解】</p> $(1, 2) \text{ 在 } ax - y = 3 \text{ 上 } \therefore a(1) - 2 = 3 \therefore a = 5$ <p>直線 $L: 5x - y = 3 \therefore$ 斜率為 5</p>
B	<p>4. 若多項式 $2x^3 - kx^2 + 3x + 5$ 除以 $x + 1$ 的餘式為 1，則 k 值為何？ (A) -9 (B) -1 (C) 1 (D) 9。</p> <p>【詳解】</p> $\text{令 } f(x) = 2x^3 - kx^2 + 3x + 5 \therefore f(-1) = 1$ $\therefore 2(-1)^3 - k(-1)^2 + 3(-1) + 5 = 1$ $\therefore -k = 1 \Rightarrow k = -1$
B	<p>5. 若 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 的兩根為 α、β，則 $(\alpha - 2)(\beta - 2)$ 之值為何？ (A) -3 (B) -1 (C) 1 (D) 5。</p> <p>【詳解】</p> $\text{由根與係數關係 } \begin{cases} \alpha + \beta = 2 \\ \alpha\beta = -1 \end{cases}$ $(\alpha - 2)(\beta - 2) = \alpha\beta - 2(\alpha + \beta) + 4 = -1 - 2(2) + 4 = -1$
A	<p>6. 若一等差數列的第 10 項為首項的 4 倍，且首項不為 0，則該數列的第 6 項為第 2 項的幾倍？ (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5。</p> <p>【詳解】</p> $a_{10} = 4a_1 \Rightarrow a_1 + 9d = 4a_1 \Rightarrow 3a_1 = 9d \Rightarrow a_1 = 3d$ $\frac{a_6}{a_2} = \frac{a_1 + 5d}{a_1 + d} = \frac{3d + 5d}{3d + d} = \frac{8d}{4d} = 2$
C	<p>7. 若 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$，且 $\sin\theta = \frac{3}{5}$，則 $\tan\theta + \sec\theta = ?$ (A) $\frac{12}{35}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) 2 (D) $\frac{35}{12}$。</p> <p>【詳解】</p> $\theta \in I \text{ 且 } \sin\theta = \frac{3}{5} \therefore \tan\theta + \sec\theta = \frac{3}{4} + \frac{5}{4} = \frac{8}{4} = 2$
A	<p>8. 若 $\tan\theta = \frac{8}{15}$，則 $\sin^2\theta + \cos^2\theta + \sec^2\theta = ?$ (A) $\frac{514}{225}$ (B) $\frac{38}{12}$ (C) $\frac{64}{225}$ (D) $\frac{49}{625}$。</p> <p>【詳解】</p>

	$(\sin^2\theta + \cos^2\theta) + (1 + \tan^2\theta) = 1 + \left(1 + \left(\frac{8}{15}\right)^2\right) = 2 + \frac{64}{225} = \frac{514}{225}$
B	<p>9. 若 $2^4 \times 4^{3x} \times 8^2 = 16^x \times 32$，則 $x = ?$ (A) -3 (B) -2.5 (C) 2.5 (D) 3。</p> <p>【詳解】</p> $2^4 \times (2^2)^{3x} \times (2^3)^2 = (2^4)^x \times 2^5 = 2^{4+6x+6} = 2^{4x+5}$ $\therefore 6x + 10 = 4x + 5 \quad 2x = -5 \quad \therefore x = -\frac{5}{2} = -2.5$
C	<p>10. 已知 \log_2 之近似值為 0.3010。若 $2^x = 10$，則 x 之值最接近下列何者？ (A) 3.16 (B) 3.23 (C) 3.32 (D) 3.52。</p> <p>【詳解】</p> $2^x = 10 \Rightarrow \log_{10} 2^x = \log_{10} 10 \Rightarrow x \log_{10} 2 = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{\log_{10} 2} = \frac{1}{0.301} \doteq 3.322$
D	<p>11. 若二階行列式 $\begin{vmatrix} x & 1 \\ y & 2 \end{vmatrix} = 5$，且 $\begin{vmatrix} x & 2y \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$，則 $x + y$ 之值為何？ (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 5。</p> <p>【詳解】</p> $\begin{vmatrix} x & 1 \\ y & 2 \end{vmatrix} = 5 \Rightarrow 2x - y = 5 \quad \begin{vmatrix} x & 2y \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow x - 2y = 0 \Rightarrow x = 2y$ <p>代入上式 $4y - y = 5 \Rightarrow 3y = 5 \Rightarrow y = \frac{5}{3}$ 則 $x = \frac{10}{3}$</p> $\therefore x + y = \frac{10}{3} + \frac{5}{3} = \frac{15}{3} = 5$
B	<p>12. 若一元二次不等式 $ax^2 + bx - 6 \geq 0$ 的解為 $2 \leq x \leq 3$，則數對 (a, b) 為下列何者？ (A) $(-1, -5)$ (B) $(-1, 5)$ (C) $(1, -5)$ (D) $(1, 5)$。</p> <p>【詳解】</p> $2 \leq x \leq 3 \Rightarrow (x-2)(x-3) \leq 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 6 \leq 0 \Rightarrow -x^2 + 5x - 6 \geq 0$ <p>與 $ax^2 + bx - 6 \geq 0$ 比較係數 $\therefore a = -1 \quad b = 5 \quad \therefore (a, b) = (-1, 5)$</p>
D	<p>13. 一輛遙控小車在平坦無坡度的操場行駛，正前方遠處有一座直立水塔，測得塔頂的仰角 30°。若小車往水塔方向移動 10 公尺後，測得塔頂的仰角 45°，則水塔的高度為多少公尺？ (A) $5\sqrt{3}$ (B) $5(\sqrt{2} + 1)$ (C) $4(\sqrt{2} + \sqrt{3})$ (D) $5(\sqrt{3} + 1)$。</p> <p>【詳解】</p> <p>如下圖，令水塔高 x 公尺 $\tan 30^\circ = \frac{x}{10+x} = \frac{1}{\sqrt{3}}$</p> $\Rightarrow \sqrt{3}x = 10 + x \Rightarrow x = \frac{10}{\sqrt{3}-1} = 5(\sqrt{3} + 1)$



<p>B</p>	<p>14.某青年創業開餐廳，擬設計一份有 5 種菜色的菜單。若在原始構思的 7 種菜色中有 2 種為必選，則有幾種<u>不同</u>菜單？ (A)6 (B)10 (C)21 (D)35。</p> <p>【詳解】 $C_2^2 \times C_3^5 = 10$</p>
<p>D</p>	<p>15.若 $x^2 + y^2 + kx + 2y + k + 1 = 0$ 表示一圓，則 k 的範圍為何？ (A)$2 < k < 4$ (B)$0 < k < 3$ (C)$k < 2$ 或 $k > 3$ (D)$k < 0$ 或 $k > 4$。</p> <p>【詳解】 $d^2 + e^2 - 4f > 0 \Rightarrow k^2 + 2^2 - 4(k + 1) > 0 \Rightarrow k^2 - 4k > 0$ $\Rightarrow k(k - 4) > 0 \Rightarrow k > 4$ 或 $k < 0$</p>
<p>D</p>	<p>16.已知小王、小洋的上壘率分別為 0.425、0.385。若在一場棒球比賽兩人分別擔任第 2、3 棒，則兩人第一次打擊皆上壘的機率滿足下列何者？ (A) 大於 0.6 (B) 介於 0.5 和 0.6 (C) 介於 0.4 和 0.5 (D) 小於 0.4。</p> <p>【詳解】 $0.425 \times 0.385 = 0.1636 < 0.4$</p>
<p>A</p>	<p>17.若有一組數字為 73、58、64、85、91，其標準差為 σ_1，而另一組數字為 78、63、69、90、96，其標準差為 σ_2，則 $\sigma_1 - \sigma_2$ 之值為何？ (A)0 (B)$\sqrt{5}$ (C)5 (D)25。</p> <p>【詳解】 73，58，64，85，91 之標準差 σ_1 (73+5)，(58+5)，(64+5)，(85+5)，(91+5) 之標準差 σ_2 $\therefore \sigma_1 = \sigma_2 \Rightarrow \sigma_1 - \sigma_2 = 0$</p>
<p>D</p>	<p>18.若一拋物線之準線為 $x = -1$，焦點為 (3, 3)，則此拋物線之方程式為何？ (A)$y^2 - 4x - 6y + 13 = 0$ (B)$y^2 - 4x - 2y + 13 = 0$ (C)$y^2 - 8x - 2y + 25 = 0$ (D)$y^2 - 8x - 6y + 17 = 0$。</p> <p>【詳解】 如下圖，頂點 (1, 3)，$c = 2 \Rightarrow c = 2$ $(y - 3)^2 = 4(2)(x - 1) \Rightarrow y^2 - 6y + 9 = 8x - 8 \Rightarrow y^2 - 8x - 6y + 17 = 0$</p>



- A** 19.某人想在自家後院牆邊的長條空地種植一系列菜苗，共有高麗菜 5 株，萵苣 4 株，菠菜 4 株。若他決定在每兩株高麗菜之間任意種植萵苣或菠菜共兩株，則種植的排列方法有幾種？ (A) $\frac{8!}{4!4!}$ (B) 2^8 (C) $\frac{13!}{4!4!5!}$ (D) $5!4!4!$ 。

【詳解】

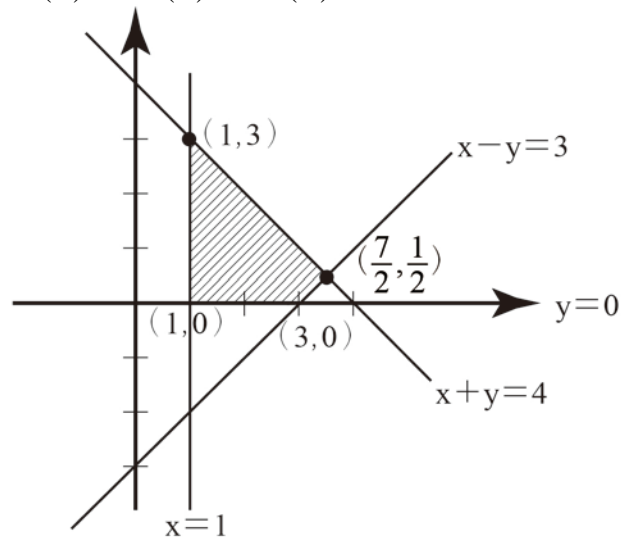
$$\text{萵苣或菠菜直接排列} \Rightarrow \frac{8!}{4!4!}$$

- C** 20.在滿足二元一次聯立不等式 $\begin{cases} x \geq 1 \\ y \geq 0 \\ x - y \leq 3 \\ x + y \leq 4 \end{cases}$ 的條件下。若 $3x - 5y$ 的最大值及最小值分別為 M 及 m ，則 $M + m$ 之值為何？ (A) -9 (B) -4 (C) -3 (D) 3 。

【詳解】

	$3x - 5y$
$(1, 0)$	3
$(3, 0)$	9 $\Rightarrow M$
$(\frac{7}{2}, \frac{1}{2})$	8
$(1, 3)$	$-12 \Rightarrow m$

$M + m = -3$



- B** 21.五個好朋友各自準備一份禮物，編號後進行摸彩，從摸彩箱抽取號碼後換對應禮物，則恰有兩人得到自己帶來之禮物的機率為何？ (A) $\frac{1}{12}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{1}{3}$ 。

【詳解】

$$P = \frac{C_2^5 \times 2}{5!} = \frac{20}{120} = \frac{1}{6}$$

C	<p>22.依過去經驗，某生如果當天第一節上課遲到，隔天第一節上課遲到的機率是$\frac{1}{4}$。如果當天第一節準時上課，隔天第一節上課遲到的機率是$\frac{2}{5}$。若某生星期一第一節上課遲到，則後天星期三第一節上課遲到的機率為何？ (A)$\frac{1}{16}$ (B)$\frac{3}{10}$ (C)$\frac{29}{80}$ (D)$\frac{7}{10}$。</p> <p>【詳解】</p> <p>遲－準－遲$\Rightarrow \frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{3}{10}$</p> <p>遲－準－遲$\Rightarrow \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$</p> <p>$\therefore \frac{3}{10} + \frac{1}{16} = \frac{48+10}{160} = \frac{58}{160} = \frac{29}{80}$</p>
D	<p>23.在坐標平面上，函數$f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 3x + 1$的圖形於切點$(2, 1)$的切線斜率為何？ (A)0 (B)1 (C)2 (D)3。</p> <p>【詳解】</p> <p>$f'(x) = 3x - 3 \mid_{(2,1)} \Rightarrow m = 6 - 3 = 3$</p>
A	<p>24.若$f(x) = \frac{-3(x+1)}{x^4+x^2+1}$，則$f'(-1)$之值為何？ (A)-1 (B)0 (C)1 (D)2。</p> <p>【詳解】</p> <p>$f'(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) f(x-1)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{-3(x+1)}{x^4+x^2+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{-3}{x^4+x^2+1} = -1$</p>
C	<p>25.若$f(x) = \frac{x}{x-1} - \frac{2x}{x^2-1}$ ($x \neq \pm 1$)，則$\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$之值為何？ (A)不存在 (B)0 (C)$\frac{1}{2}$ (D)1。</p> <p>【詳解】</p> <p>$f(x) = \frac{x(x+1)-2x}{(x+)(x-1)} = \frac{x^2-x}{(x-1)(x+1)} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{x+1} = \frac{1}{2}$</p>