107 學年度技術校院四年制與專科學校二年制統一入學測驗
數學（C）試題

試題分析

此次試題，難易適中，較偏重於三角、直線、微積分、排組機、對數等單元，其餘單元出得較少，得分與去年大致差不多。

《各章節配分情形》

	97 年	98 年	99 年	100 年	101 年	102 年	103 年	104 年	105 年	106 年	107 年
三角函數	4	3	4	3	4	3	2	4	4	4	4
多項式與函數	2	3	1	2	2	2		1	3	1	1
不等式	1			1	1		2	2	1	1	1
平面上直線	2	3	3	3	4	2	1	2	1	1	2
平面上的圓	1	1	2	1	2				1	1	2
極限			1			1		1	3	1	
微積分	5	4	3	3	2	3	2	3	2	3	4
指數與對數	2	2	2	2	1	2	3	2	1	2	2
方程式論	1	1	1	1		2	2	1	1	3	2
圓錐曲線	2	1	1	2	3	2	2	1	1	1	
向量	2	1	2	2	1	1	2	1	1	1	
複數	2	2	1	1	1	1	2	1	1	1	1
數列級數		1	1	1	1	1	2	1	1	1	1
排列組合		1	1	2	2	1	2	2	2	1	2
機率		2	2	1	1	1	1	1	1	1	1
行列式						1	1	1	1	1	1
統計						2	1	1		1	1

數學 C 參考公式

1.首項為 a，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S_n=\dfrac{n(2a_1+(n-1)d)}{2}$

首項為 a_1，公比為 r（$r\neq1$）的等比數列前 n 項之和為 $S_n=\dfrac{a_1(1-r^n)}{1-r}$

2.△ABC 的面積＝$\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}=rs$，其中 $s=\dfrac{a+b+c}{2}$，r 為內切圓半徑

3.圓 C：$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$ 的參數式為 $\begin{cases}x=h+r\cos\theta\\ y=k+r\sin\theta\end{cases}$，其中 $0\leqq\theta<2\pi$，式子中的 θ 為參數

4.點 P（x_0，y_0）到直線 L：$ax+by+c=0$ 的距離為 $\dfrac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

5.三角函數的二倍角公式：

$\sin2\theta=2\sin\theta\cos\theta$

$\cos2\theta=\cos^2\theta-\sin^2\theta=2\cos^2\theta-1=1-2\sin^2\theta$

D　1.已知直線 L_1 通過（2，3）、（1，5）兩點，且直線 L_2 的 x 截距是 1、y 截距是 4。若 L_1

與L_2的斜率分別為m_1與m_2，則下列何者正確？ (A)$0<m_1<m_2$ (B)$m_1<0<m_2$ (C)$m_2<0<m_1$ (D)$m_2<m_1<0$。

【詳解】

$m_1=\dfrac{3-5}{2-1}=-2$　　$m_2=\dfrac{0-4}{1-0}=4$　　$\therefore m_2<m_1<0$

B

2.若兩直線 $3x+4y=6$ 與 $9x+12y=k$ 的距離為 2，則 k 的值可能為下列何者？ (A)-48 (B)-12 (C)10 (D)24。

【詳解】

$\because \begin{cases} 9x+12y-18=0 \\ 9x+12y-k=0 \end{cases}$　$\therefore d(L_1，L_2)=\dfrac{|-k+18|}{15}=2$

$-k+18=30$　$\therefore k=-12$　　$-k+18=-30$　$\therefore k=48$，故選(B)

A

3.設 b_1、b_2、b_3、c_1、c_2 及 c_3 均為實數，若二階行列式$\begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix}=13$、$\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix}=7$、$\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}=2$，則三階行列式$\begin{vmatrix} 1 & b_1 & c_1 \\ 2 & b_2 & c_2 \\ 3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}=$？ (A)5 (B)13 (C)25 (D)33。

【詳解】

原式$=1\times\begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix}-2\times\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix}+3\times\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}=13-2\times7+3\times2=5$

C

4.某線上遊戲每場比賽可得的分數分別為 0 分、1 分、2 分、3 分，現在 A、B、C 三人分別玩此線上遊戲 20 場，得分情形如表（一）。若 a、b、c 分別為三人得分的平均分數，則下列何者正確？ (A)$a>b$ (B)$c>a$ (C)$b>c$ (D)$c+0.5=a$。

得分 / 人	0 分	1 分	2 分	3 分
A	3 場	8 場	5 場	4 場
B	5 場	4 場	6 場	5 場
C	6 場	5 場	3 場	6 場

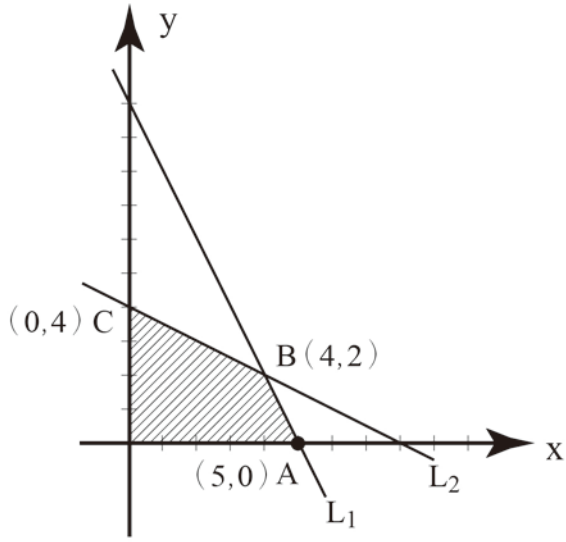
表（一）

【詳解】

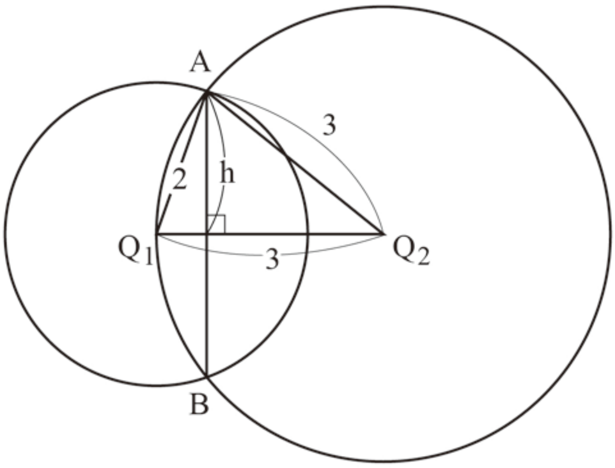
$\begin{cases} a=\dfrac{8+10+12}{20}=\dfrac{30}{20} \\ b=\dfrac{4+12+15}{20}=\dfrac{31}{20} \\ c=\dfrac{5+6+18}{20}=\dfrac{29}{20} \end{cases}$　　$\therefore b>c$

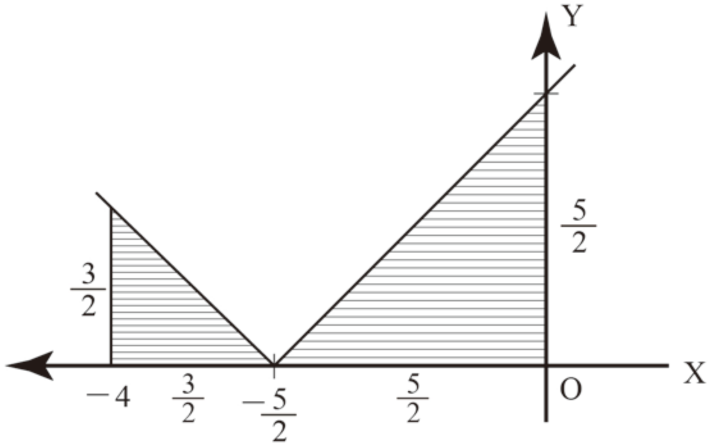
B

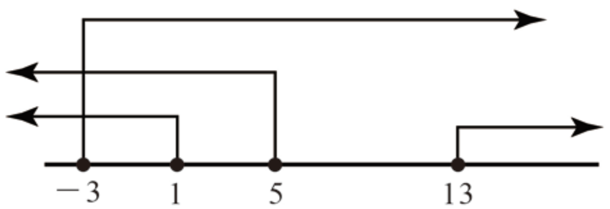
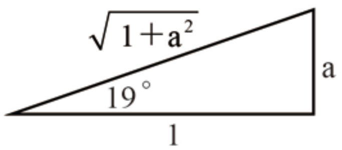
5.坐標平面上滿足不等式$\begin{cases} 2x+y\le 10 \\ x+2y\le 8 \\ x\ge 0，y\ge 0 \end{cases}$的區域面積為何？ (A)12 (B)13 (C)15 (D)16。

	【詳解】 令$\begin{cases} L_1：2x+y=10\cdots① \\ L_2：x+2y=8\cdots② \end{cases}$ 由②x2－①得 3y＝6　∴y＝2 代入②得 x＝4 則所求區域四邊形 ABCO 面積＝$\frac{1}{2}\left\|\begin{vmatrix} 5 & 4 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & 4 & 0 & 0 \end{vmatrix}\right\|=\frac{1}{2}\|10+16\|=13$ 
B	6.若編號為 1、2、3、…、10 的十顆羽毛球中，任意取出三顆作為比賽用球，則編號 2 與編號 3 均被取出的機率為何？ (A)$\frac{1}{20}$ (B)$\frac{1}{15}$ (C)$\frac{3}{20}$ (D)$\frac{3}{10}$。 【詳解】 機率＝$\frac{C^8_1}{C^{10}_3}=\frac{8}{\frac{10\times9\times8}{3\times2}}=\frac{1}{15}$
A	7.設三角形三邊長分別為 5、6、7，若三角形面積為 A，內切圓半徑為 r，則 A‧r＝？ (A)24 (B)35 (C)105 (D)210。 【詳解】 $S=\frac{1}{2}(5+6+7)=9$　$A=\sqrt{9\times4\times3\times2}=6\sqrt{6}$　又∵ $6\sqrt{6}=9\times r$　∴$r=\frac{2\sqrt{6}}{3}$ $A\cdot r=(6\sqrt{6})(\frac{2\sqrt{6}}{3})=24$
B	8.cos0°＋cos10°＋cos20°＋cos30°＋…＋cos350°＋cos360°＝？ (A)0 (B)1 (C)2 (D)3。 【詳解】 cos10°＋cos170°＝cos10°－cos10°＝0 -- cos180°＋cos360°＝－1＋1＝0

	故原式$=\cos 0°+0=1+0=1$
A	9.若 $f(x)=x^4-x^3+kx^2-2$ 為整係數多項式，其中 $k>0$ 且 $f(x)$ 有整係數一次因式 $x-h$，則 $k+h=$？ (A)3 (B)2 (C)1 (D)0。 【詳解】 $x=2\Rightarrow 16-8+4k-2=0\Rightarrow k=\frac{-3}{2}$（不合） $x=-2\Rightarrow 16+8+4k-2=0\Rightarrow k=\frac{-11}{2}$（不合） $x=1\Rightarrow 1-1+k-2=0\Rightarrow k=2$ $x=-1\Rightarrow 1+1+k-2=0\Rightarrow k=0$（不合） $x-h=x-1\Rightarrow h=1$，$k+h=3$
B	10.設 $\begin{cases}3x+5y+z=15\\2x+4y+z=12\\5x+y+2z=3\end{cases}$，則 $y=$？ (A)2 (B)3 (C)4 (D)5。 【詳解】 $y=\frac{\triangle_y}{\triangle}=\frac{\begin{vmatrix}3&15&1\\2&12&1\\5&3&2\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}3&5&1\\2&4&1\\5&1&2\end{vmatrix}}=\frac{24}{8}=3$
D	11.已知 $z=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$，且 $\bar{z}$ 為其共軛複數。若 $\frac{1+z}{1+\bar{z}}=a+bi$，其中 a、b 為實數，則數（a，b）在第幾象限？ (A)一 (B)二 (C)三 (D)四。 【詳解】 $z=\frac{1-\sqrt{3}i}{2}$，$\bar{z}=\frac{1+\sqrt{3}i}{2}$，$z\cdot\bar{z}=1$ $\frac{1+z}{1+\bar{z}}=\frac{z\cdot\bar{z}+z}{1+\bar{z}}=\frac{z(\bar{z}+1)}{1+\bar{z}}=z=\frac{1-\sqrt{3}i}{2}$ $\therefore a=\frac{1}{2}$，$b=\frac{-\sqrt{3}}{2}$，（a，b）＝（＋，－）$\in$IV
D	12.若 $x=\frac{\log_{10}7}{\log_{10}9}$，則 $81^x=$？ (A)3 (B)7 (C)25 (D)49。 【詳解】 $\frac{\log 7}{\log 9}=\log_9 7=x\Rightarrow 9^x=7$　　$81^x=(9^2)^x=(9^x)^2=7^2=49$
D	13.$\sum_{n=1}^{10}(2^n+3n+2)=$？ (A)1268 (B)1298 (C)2017 (D)2231。 【詳解】

	原式$=\sum_{n=1}^{10}2^n+3\sum_{n=1}^{10}n+\sum_{n=1}^{10}2=\dfrac{2\times2^{10}-2}{2-1}+3\times\dfrac{10(10+1)}{2}+2\times10$ $=2046+165+20=2231$
C	14.若從 11 件相異物中分別取出 5、6、7 件的組合數分別為 A、B、C，而從 12 件相異物中取出 6 件的組合數為 D，則下列何者正確？ (A)B＞A (B)C＞A (C)D＝A＋B (D)D＝B＋C。 【詳解】 $A=C_5^{11}$，$B=C_6^{11}$，$C=C_7^{11}$，$D=C_6^{12}$ $A+B=C_5^{11}+C_6^{11}=C_6^{12}=D$
D	15.設點 O_1 為圓 C：$x^2+y^2-6x+4y+9=0$ 之圓心。今以另一點 O_2 為圓心、$\overline{O_1O_2}$ 為半徑作一圓，且此圓與圓 C 交於 A、B 兩點。若 $\overline{AO_2}=3$，則 $\overline{AB}=$？ (A)$\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ (B)$\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$ (C)$2\sqrt{2}$ (D)$\dfrac{8\sqrt{2}}{3}$。 【詳解】 $S=\dfrac{2+3+3}{2}=4$ $\triangle=\sqrt{4(4-2)(4-3)(4-3)}=2\sqrt{2}$ $\triangle=\dfrac{3h}{2}=2\sqrt{2}\Rightarrow h=\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$ $\overline{AB}=2h=\dfrac{8\sqrt{2}}{3}$ 
A	16.$\int_{-4}^{0}\lvert 2x+5\rvert\,dx=$？ (A)$\dfrac{17}{2}$ (B)8 (C)$\dfrac{17}{4}$ (D)4。 【詳解】 $A=\dfrac{\frac{5}{2}\times\frac{5}{2}}{2}+\dfrac{\frac{3}{2}\times\frac{3}{2}}{2}=\dfrac{17}{2}$

	
B	17.若直線 L 過點(9,5),且與函數 y=f(x)的圖形相切於點(3,1),則 $\lim_{h\to 0}\frac{f(3+h)-f(3)}{h}$ =? (A)$\frac{1}{3}$ (B)$\frac{2}{3}$ (C)$\frac{3}{2}$ (D)3。 【詳解】 $\lim_{h\to 0}\frac{f(3+h)-f(3)}{h}=f'(3)$=直線 L 過(3,1)之斜率$=\frac{5-1}{9-3}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$
C	18.若函數 f(x)的導函數 $f'(x)=x^2-2x-3$,且 $f(0)=6$,則 f(x)的相對極小值為何? (A)－5 (B)－4 (C)－3 (D)－2。 【詳解】 $f(x)=\int(x^2-2x-3)dx=\frac{1}{3}x^3-x^2-3x+K$ $f(0)=6$ $\therefore K=6$ $f(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2-3x+6$ 令 $f'(x)=0$ $x^2-2x-3=0$ $(x-3)(x+1)=0$ $f(3)=9-9-9+6=-3-M$
A	19.$\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}}(4x-1)^3dx$=? (A)$\frac{1}{16}$ (B)$\frac{1}{12}$ (C)$\frac{1}{4}$ (D)$\frac{1}{3}$。 【詳解】 $\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}}(4x-1)^3dx=\frac{1}{4}\int_0^1u^3du=\frac{1}{16}u^4\Big\vert_0^1=\frac{1}{16}$ 設 $u=4x-1$ $du=4dx$
C	20.若一元二次方程式 $x^2+(a-5)x+a+3=0$ 有兩正根,滿足 a 的實數解為 $m<a\leq n$,則 m+n=? (A)－4 (B)－3 (C)－2 (D)1。 【詳解】 設 $x^2+(a-5)x+a+3=0$ 兩根α、β $\triangle=(a-5)^2-4(a+5)\geq 0\Rightarrow a^2-14a+13\geq 0$ $(a-1)(a-13)\geq 0$－①

	$\alpha+\beta=-(a-5)>0$ $\quad a<5-②$ $\alpha\cdot\beta=a+3>0$ $\quad a>-3-③$ ①∩②∩③ $\therefore -3<a\leqq 1$ 
B	21.若 $\tan 19°=a$，則 $\sin 2018°=$？ (A)$\frac{-2}{1+a^2}$ (B)$\frac{-2a}{1+a^2}$ (C)$\frac{a}{1+a^2}$ (D)$\frac{1}{\sqrt{1+a^2}}$。 【詳解】 $\tan 19°=a$ $\sin 2018°=\sin 218°=-\sin 38°=-2\sin 19°\cos 19°=-2\frac{a}{\sqrt{1+a^2}}\cdot\frac{1}{\sqrt{1+a^2}}=\frac{-2a}{1+a^2}$ 
C	22.設 $f(x)=4\sin x+\cos(2x)+7$ 的最小值為 m，最大值為 M，則 $m+M=$？ (A) -7 (B)1 (C)12 (D)21。 【詳解】 $f(x)=4\sin x+(1-2\mathrm{Sin}^2 x)+7$ $=-2\sin^2 x+4\sin x+8=-2(\sin^2 x-2\sin x+1)+10=-2(\sin x-1)^2+10$ $\sin x=1$ 時 $M=10$ $\sin x=-1$ 時 $m=-8+10=2$
C	23.設 $a=\log_{0.3}0.5$、$b=\log_3 5$、$c=\log_{30}50$，則 a、b、c 大小順序為何？ (A)$c>b>a$ (B)$b>a>c$ (C)$b>c>a$ (D)$a>b>c$。 【詳解】 $a=\frac{\log\frac{5}{10}}{\log\frac{3}{10}}=\frac{\log 5-\log 10}{\log 3-\log 10}=\frac{-0.3010}{-0.5229}=\frac{3010}{5229}$ $b=\frac{\log 5}{\log 3}=\frac{0.6990}{0.4771}=\frac{6990}{4771}$ $c=\frac{\log 5+\log 10}{\log 3+\log 10}=\frac{1.6990}{1.4771}=\frac{16990}{14771}$ $b>c>a$

A	24.同時投擲四個公正骰子，點數 3 出現至多一次的情形共有幾種？ (A)1125 (B)1185 (C)1245 (D)1365。 【詳解】 ∴恰有一個 3 或四個都不是 3 ∴ $C_1^4 \cdot 1 \cdot 5^3 + 5^4 = 500 + 625 = 1125$
D	25.設 P（x，y）為圓 $x^2+y^2-6x+8y=0$ 上的動點，若 $4x+3y+5$ 的最大值為 M，最小值為 m，則 M＋m＝？ (A)－5 (B)0 (C)5 (D)10。 【詳解】 圓參數式 $\begin{cases} x = 3+5\text{los}\theta \\ y = -4+5\text{Sin}\theta \end{cases}$ $0 \leqq Q \leqq 27$ $4x+3y+5=12+20\text{los}\theta+15\text{Sin}\theta+5$ Max＝25＋5＝30＝M Min＝－25＋5＝－20＝m